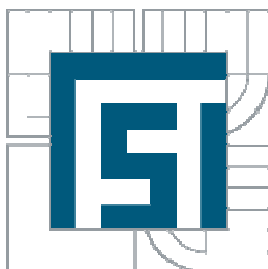


**VYSOKÉ UČENÍ TECHNICKÉ V BRNĚ**  
**BRNO UNIVERSITY OF TECHNOLOGY**



**FAKULTA STROJNÍHO INŽENÝRSTVÍ**  
**ÚSTAV MECHANIKY TELES, MECHATRONIKY A**  
**BIOMECHANIKY**

**FACULTY OF MECHANICAL ENGINEERING**  
**INSTITUTE OF SOLID MECHANICS, MECHATRONICS AND**  
**BIOMECHANICS**

## **ZBYTKOVÁ NAPJATOST VE STĚNE TEPNY -** **REŠERŠE**

**RESIDUAL STRESS STATE IN THE ARTERIAL WALL - LITERATURE SEARCH**

**BAKALÁŘSKÁ PRÁCE**  
**BACHELOR'S THESIS**

**AUTOR PRÁCE**  
**AUTHOR**

**ONDŘEJ LERCH**

**VEDOUCÍ PRÁCE**  
**SUPERVISOR**

**Ing. STANISLAV POLZER**

**BRNO 2011**

Vysoké učení technické v Brně, Fakulta strojního inženýrství

Ústav mechaniky těles, mechatroniky a biomechaniky

Akademický rok: 2010/2011

## **ZADÁNÍ BAKALÁŘSKÉ PRÁCE**

student(ka): Ondřej Lerch

který/která studuje v bakalářském studijním programu

obor: **Mechatronika (3906R001)**

Ředitel ústavu Vám v souladu se zákonem č.111/1998 o vysokých školách a se Studijním a zkušebním řádem VUT v Brně určuje následující téma bakalářské práce:

**Zbytková napjatost ve stěně tepny - rešerše**

v anglickém jazyce:

**Residual stress state in the arterial wall - literature search**

Stručná charakteristika problematiky úkolu:

Jedná se o rešeršní studii současného stavu poznání o zbytkových napětích, která jsou přítomna ve stěně každé tepny. Tato napětí se vyskytují na několika rozlišovacích úrovních: ve stěně tepny jako celku, mezi jejími hlavními vrstvami, mezi jednotlivými podvrstvami elastinu a hladké svaloviny, jakož i mezi vlákny a matricí v každé podvrstvě.

Cíle bakalářské práce:

Získat přehled o současném stavu poznání a možnostech experimentálního určování zbytkových napětí a přetvoření v tepnách, jakož i jejich výpočtového modelování. Provést analýzu možností uplatnění poznatků z předmětu Pružnost a pevnost v této oblasti.

Seznam odborné literatury:

- 1) Valenta a kol.: Biomechanika srdečně-cévního systému. Skriptum ČVUT Praha, 1992.
- 2) J.D. Humphrey: Cardiovascular Solid Mechanics. Springer, 2002.
- 3) Holzapfel, Ogden: Biomechanics of soft tissue in cardiovascular systems. Springer, 2003.

Vedoucí bakalářské práce: Ing. Stanislav Polzer

Termín odevzdání bakalářské práce je stanoven časovým plánem akademického roku 2010/2011.

V Brně, dne 14.11.2010

L.S.

---

prof. Ing. Jindřich Petruška, CSc.  
Ředitel ústavu

---

prof. RNDr. Miroslav Doupovec, CSc.  
Děkan fakulty

## Abstrakt

Tato bakalářská práce se zabývá zbytkovým napětím vyskytujícím se ve stěně tepny a to jeho výpočtem a rešerší o dosavadních postupech při modelování stěny tepny zahrnující zbytkové napětí a o výpočtu zbytkového napětí ve stěně tepny. Dále práce obsahuje informace o kardiovaskulárním systému a to hlavně informace o stavbě stěny tepny.

## Klíčová slova

zbytkové napětí, stěna tepny, úhel rozevření,

## Abstract

This bachelor thesis deals with residual stress state in arterial walls that its calculation and literature search current modeling arterial wall including residual stress, calculation residual stress in arterial wall. Thesis also contains information about cardiovascular system mainly information about structure of arterial wall.

## Key words

residual stress, arterial wall, opening angle

## Bibliografická citace

LERCH, O. *Zbytková napjatost ve stěně tepny - rešerše*. Brno: Vysoké učení technické v Brně, Fakulta strojního inženýrství, 2011. 34 s. Vedoucí bakalářské práce Ing. Stanislav Polzer.

## Prohlášení

Prohlašuji, že jsem bakalářskou práci na téma *Zbytková napjatost ve stěně tepny - rešerše* vypracoval samostatně s použitím odborné literatury a pramenů, uvedených na seznamu, který tvoří přílohu této práce.

V Brně dne .....

.....  
Ondřej Lerch



## Poděkování

Děkuji tímto vedoucímu bakalářské práce . Ing. Stanislavu Polzerovi za účinnou metodickou, pedagogickou a odbornou pomoc a další cenné rady při zpracování mé bakalářské práce.

# Obsah

Úvod.....	6
1. Kardiovaskulární systém.....	7
1.1 Srdce .....	7
1.2 Cévní systém.....	8
2. Složení a vlastnosti tepny .....	9
2.1 Tunica intima .....	10
2.2 Tunica media.....	11
2.3 Tunica adventitia.....	11
3. Rozložení napětí ve válcové trubce .....	12
3.1 Postupy uvedené níže jsou za těchto předpokladů: .....	12
3.2 Uvolněný prvek: .....	14
3.3 Systém rovnic pro výpočet napětí v tlustostěnné válcové trubce vychází z těchto vztahů:.....	15
4. Rešerše článků obsahující informace o zbytkovém napětí .....	17
5. Výpočet rozložení napětí ve dvou nalisovaných válcových trubkách .....	26
5.1. Formulace problému .....	26
5.2 Deformační podmínka: .....	26
5.3 Známé parametry: .....	26
5.4 Použité vzorce pro výpočet napětí: .....	27
5.5 Odvození $u_{21}$ : .....	27
5.6 Odvození $u_{21}$ : .....	28
5.7 Vzorce pro výpočet obvodového a radiálního napětí u 1. a 2. válcové trubky.....	29
5.8 Diskuse.....	31
Omezení výpočtového modelu .....	31
Závěr .....	32
Zdroje:.....	33



# Úvod

Tepny jsou jednou z klíčových komponent našeho organismu a jejich onemocnění tím pádem ohrožuje celý organismus. Při léčbě některých onemocnění tepen jako například aneurysmatu (trvalého rozšíření tepny) se využívá výpočtového modelování. Pro sestavení věrohodného výpočtového modelu je ovšem nejprve nutné porozumět anatomii a fyziologii jak zdravé, tak nemocné tepny, abychom mohli určit podstatné veličiny ovlivňující napětí v tepně.

Jednou z takových veličin je zbytková napjatost. Díky její přítomnosti jsou buňky ve stěně namáhány tlakem krve rovnoměrně. Fyziologicky toto napětí vzniká tím, že buňky produkují elastin a kolagen (komponenty stěny tepny zodpovědné za její mechanické vlastnosti) v již předepjatém stavu. Zbytková napětí výrazně ovlivňují mechanické chování stěny tepny, a proto je nutné s ním počítat při výpočtovém modelování tepen.

Hlavními úkoly této práce jsou za prvé udělat rešerši článků o zbytkovém napětí a za druhé znalosti získané během bakalářského studia použít k výpočtu zbytkového napětí ve zjednodušeném modelu tepny. Rešerši článků věnuji první, druhou a čtvrtou kapitolu, kde se v prvních dvou nejprve budu zabývat kardiovaskulárním systémem, složením a vlastnostmi tepny, pro lepší pochopení daného tématu, jako jsou například funkce tepen a rozdílné mechanické vlastnosti jednotlivých vrstev tepny. Samotné rešerši článků o zbytkovém napětí se věnuje čtvrtá kapitola. Výpočet zbytkového napětí je rozdělen do dvou částí. Ve třetí kapitole nejprve teoreticky uvádím výpočet napětí ve válcové trubce a v páté kapitole provádím výpočet zbytkového napětí v tepně, která je modelována jako trubka složená ze dvou částí nalisovaných do sebe. Jsou prezentovány výsledky rozložení napětí pro nezatížený stav i pro stav odpovídající zatížení krevním tlakem. Nakonec jsou zhodnoceny poznatky získané rešerší článků a výsledky získané při výpočtu napětí.

# 1. Kardiovaskulární systém

Kardiovaskulární systém je základní distribuční systém lidského organismu a skládá se ze dvou základních oddílů: centrálního (srdce) a periferního (cévní systém). Srdce funguje jako pumpa, která vytlačuje krev do orgánů, tkání a buněk těla. Krev dopravuje kyslík a výživné látky do každé buňky a odstraňuje kysličník uhelnatý a metabolity. Okysličená krev je vedena ze srdce do zbytku těla systémem tepen, tepének a kapilár a odkysličená se vrací do srdce pomocí žil.<sup>1,2</sup>

Kardiovaskulární systém má tyto úkoly:<sup>1</sup>

- 1) zásobování tkání kyslíkem a živinami v souladu s tkáňovými požadavky
- 2) odvádění odpadních produktů metabolismu ze tkání
- 3) podílet se na udržování tělesné teploty

## 1.1 Srdce

Srdce je dutý svalový orgán, přibližně vejčitého tvaru a váže mezi 200 a 400 gramy. Povrch srdce tvoří *epicardium*, tenká a průsvitná blána, která je viscerálním listem vaku osrdečníkového (*pericardium*), do něhož je srdce vloženo. Hlavní složku stěn srdečních tvoří vrstva svalová, *myocardium*. Vnitřek dutin srdečních vystýlá tenké *endocardium*, tvořené vrstvou endotelových buněk, podložených malým a místně nestejným množstvím vaziva. Srdce obsahuje čtyři dutiny – tenkostěnnou pravou a levou síň a silnostěnnou pravou a levou komoru (Obr 1). Pravá síň a komora dostává odkysličenou krev z těla pod nízkým tlakem a pumpuje ji do plic, zatímco levá síň a komora dostává okysličenou krev z plic a pumpuje ji pod vysokým tlakem do těla. Pravá a levá část je oddělena svalovou stěnou zvanou *septum*.<sup>1,2,4</sup>

Myocardium jsou příčně pruhovaná svalová vlákna navzájem souvisle pospojovaná šikmými spojkami, což způsobuje, že stah srdečního je koncentrický a srdeční dutiny při něm zmenšují svůj objem. Srdce zajišťuje pohyb většiny tělesných tekutin a umožňuje jejich míšení. Tok krve, ovládaný činností srdce, je přizpůsobován činnosti celého organismu.<sup>2,4</sup>

## 1.2 Cévní systém

Cévní systém lidského těla je vybudován na principu zavřené soustavy trubic, které se v jednotlivých úsecích liší stavbou, a tím i mechanickými vlastnostmi a permeabilitou (propustností) svých stěn. Cévní systém tvoří: *aorta*, nejsilnější tepna v těle vystupující z levé srdeční komory (Obr 1), větvemi aorty jsou velké tepny, které se dále dělí na:

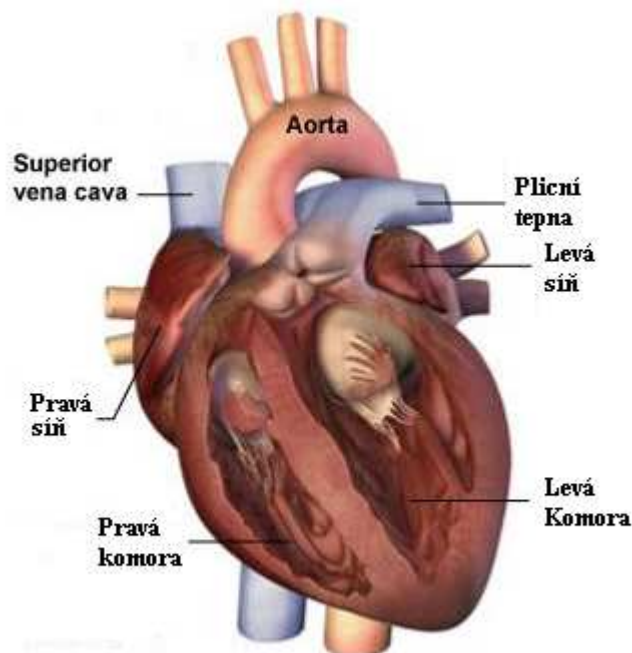
- *tepny* jsou cévy, které vedou krev směrem od srdce ke tkáním a orgánům.
- *arterioly* neboli tepénky, které obsahují velké množství hladké svaloviny a změnou průměru mohou ovlivňovat krevní průtok danou oblastí a podílet se na regulaci krevního tlaku.
- *kapiláry*, ze sítě kapilár vzniká žilní část krevního oběhu kapiláry přecházejí do nejmenších cév *venul*.
- *venuly* přecházejí do *žil*, které odvádějí odkysličenou krev do systému dolní a horní duté žíly – *superior a inferior vena cava* (Obr 1).<sup>4</sup> Rozložení objemu krve v jednotlivých cévách ( viz Tab.1.).

**Tab.1. Z celkového objemu krve v těle, obsahují cévy a srdce následující procenta<sup>3</sup>:**

Část kardiov. systému	Objem krve [%]
Srdce	5
Aorta, tepny a arterioly	<i>systémové 11 a plicní 3</i>
Kapiláry, venuly	<i>systémové 5 a plicní 4</i>
Žíly	<i>systémové 67 a plicní 5</i>

**Tab.2. Tlaky v největších tepnách** (tlaky jsou uvedeny v pořadí systolický/diastolický; naměřeno u psa):<sup>3</sup>

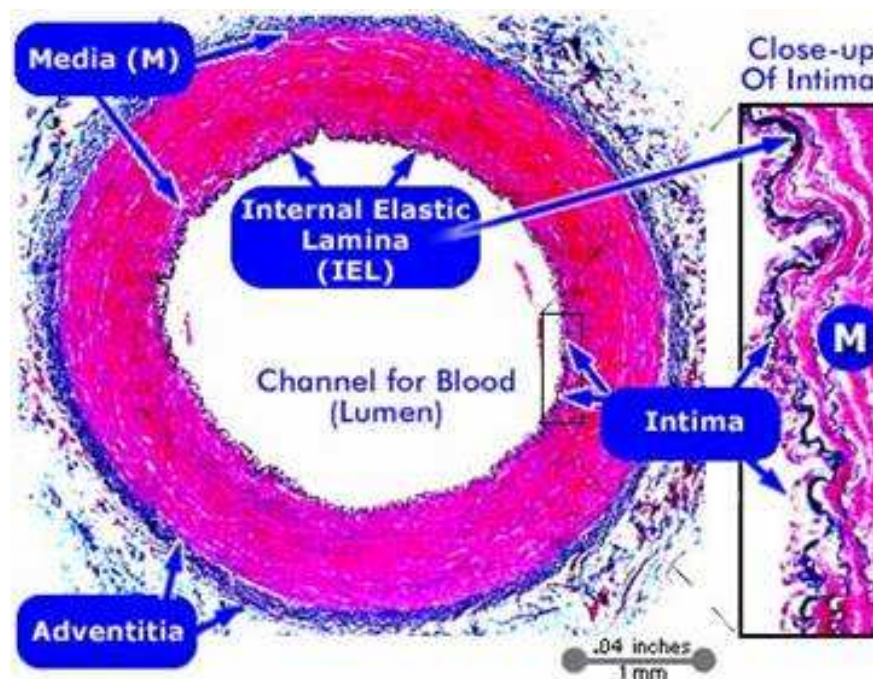
Typ aorty	tlak [kPa]	Typ tepny	tlak [kPa]
<i>Vzestupná aorta:</i>	16/10	<i>Pravá podklíčková tepna:</i>	16/10
<i>Hrudní sestupná aorta horní:</i>	15/9	<i>Hlavopažní tepna:</i>	15/9
<i>Hrudní sestupná aorta dolní:</i>	15/9	<i>Tepna pravé ledviny:</i>	12/6
<i>Břišní aorta:</i>	15/9	<i>Pravá společná kyčelní tepna:</i>	14/8



Obr. 1. Příčný řez lidským srdcem<sup>4</sup>

## 2. Složení a vlastnosti tepny

Obecně se tepny dělí zhruba na dva typy: *elastické a svalové*. Elastické tepny mají větší průměr a vyskytují se blízko srdce (např. aorta, krkavice a kyčelní tepny), zatímco svalové tepny se vyskytují na končetinách a v blízkosti pokožky (např. stehenní, břišní a mozkové tepny). Některé tepny mají morfologickou strukturu obou typů.<sup>5</sup> Tepny jsou elastické cévy dopravující pod tlakem krev ze srdce. Stěna tepny je složena z několika různých částí *tunica adventitia*, *tunica media*, *tunica intima* viz Obr. 2 a jako celek se chová z mechanického pohledu nelineárně a hyperelasticky.<sup>6</sup>



Obr. 2. Příčný řez tepnou. Na obrázku jsou vidět všechny tři vrstvy tepny. Na pravé straně je zvětšená Tunica intima a vnitřní elastická lamina oddělující intimu od medie.<sup>6</sup>

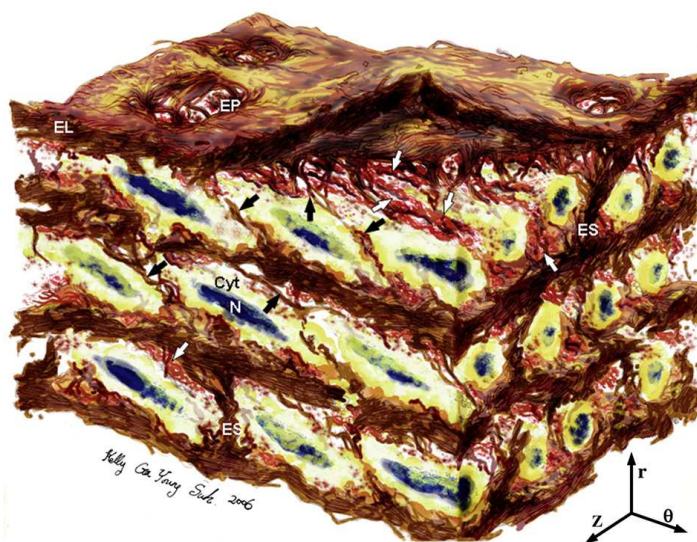
## 2.1 Tunica intima

Tunica intima je vnitřní vrstva tepny, která slouží jako rozhraní mezi trombogenní (=způsobující srážení krve) médií a krví.<sup>4,5</sup> Skládá se z vrstvy plochých endoteliálních buněk tvořící *endotel*, který je umístěn na *bazální lamině* a obklopuje prostor *lumen*u Obr. 2. Dále se skládá z vrstvy pojivových buněk, které slouží k upnutí endoteliálních buněk ke stěně tepny. Velké tepny jako je aorta mají mezi těmito dvěma vrstvami ještě *subendoteliální vrstvu* tvořenou kolagenovými vlákny umístěnými mezi dvěma elastickými pláty. To je důležité k udržení konstantního průřezu lumenu.<sup>6,7</sup>

Části intimy lokálně ztlusťují a tuhnou s aterosklerózou, která zahrnuje ukládání tukových látek, vápníku, vláken kolagenu, buněčného odpadu a fibrinu. Biomechanické a biochemické mechanismy jsou zahrnuty v rozvoji lézí, známých jako aterosklerotický plak, tvořený hlavně z vláknitých tkání s proměnou hustotou a buněčností.<sup>8,9</sup> Aterosklerotický plak (usazenina na vnitřním povrchu tepny) má komplexní geometrické a biochemické složení vedoucí k významným změnám v mechanických vlastnostech ve stěně tepny oproti zdravé tepně. Zejména se významně mění distribuce kolagenu v různých částech tepny.<sup>8,9</sup>

## 2.2 Tunica media

Tunica media je střední vrstva ve stěně tepny. Vnitřní elastická lamina odděluje intimu od medie Obr. 3 a vnější odděluje medii od adventicie.<sup>6</sup> Ve svalových tepnách se tyto laminy jeví jako významná struktura, zatímco v elastických tepnách jsou těžko rozlišitelné od normálních elastických lamin.<sup>8,9</sup> Media je tvořena komplexem tří dimenzionální sítě svazků kolagenových fibrilů, elastinu, elastické laminy a buňkami hladké svaloviny Obr. 2.<sup>7,9,11</sup> Hladká svalovina je zesílena uspořádanými vrstvami elastinu, který tvoří elastinovou laminu. Orientace je v obvodovém směru. Tato struktura uspořádání vyztužuje medii, a tvoří ji pružnou a schopnou odolávat zatížení v axiálním a obvodovém směru. Z pohledu mechaniky je media nejvýznamnější vrstva ve zdravé tepně, protože nese zatížení vyvolané krevním tlakem, při fyziologických stavech a určuje mechanické vlastnosti stěny tepny.<sup>6,8,9</sup>



Obr. 3. 3D model mikrostruktury medie v aortě získaný konfokálním mikroskopem. EP – póry elastinu; EL – lamely elastinu; ES – vzpěry elastinu; buňky hladké svaloviny jsou tvořené cytoplasmou Cyt a uspořádanými eliptickými jádry N<sup>11</sup>

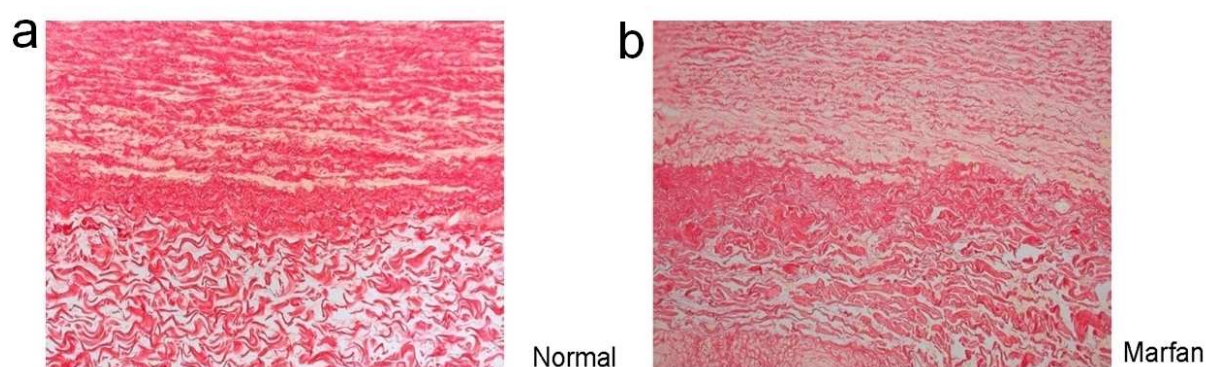
## 2.3 Tunica adventitia

Tunica adventitia je tenká, pevná vnější vrstva tepen. Obsahuje kolagenová vlákna, extracelulární matrix a fibroblasty.<sup>10</sup> Obsahuje malé krevní cévy – vasa vasorum, které pronikají až do medie a zásobují ji krví. Adventicie dále obsahuje tkáň tromboplastinu, které podporují srážení krve, ale postrádá elastické laminy, které jsou důležité pro regulaci zkracování a elastického napínání v mechanicky napjatých cévách. Kolagenová



vlákna blokují nadměrné deformace způsobené nefyziologickým tlakem krve.<sup>10</sup> a také poskytují tepně pevnostní rezervu a chrání ji před roztržením např. při nárazu.

Při běžných stavech slouží adventicie pouze k udržení tepny na svém místě, ale po selhání medie jako nositele zatížení se uplatňuje a pomáhá zatížení nést např. při aneurysmatu nebo Marfanově syndromu (genetická porucha pojivových tkání např. elastinu) (Obr. 4b). Vlákna kolagenu jsou zvlněná a při normálním stavu zatížení významně nenesou viz (Obr. 4a).<sup>10</sup>



**Obr. 4.** Uložení kolagenu v a normální stěně aorty a b aneurismatická stěna v Marfanově syndromu. V horní části je vrstva medie a v dolní části je vrstva adventicie.<sup>10</sup>

Nyní máme pospanou strukturu tepny. Abychom mohli počítat napětí v ní, je potřeba použít nějakou teorii. Proto je v další kapitole popsán výpočet napětí ve válcové nádobě. Tato teorie je podle mě dostatečná pro analytický popis napjatosti v tepně.

### 3. Rozložení napětí ve válcové trubce

#### 3.1 Postupy uvedené níže jsou za těchto předpokladů:<sup>12</sup>

##### a) předpoklady geometrické

- tenkostěnné těleso je určeno střednicovou plochou  $\Gamma$  a v každém jejím bodě  $R$  tloušťkou  $h$  na normále  $n$  plochy  $\Gamma$ , přičemž tloušťka  $h$  je souměrně rozdělena vzhledem ke střednicové ploše,
- střednicová plocha je spojitá, hladká a má konečné rozměry,

b) *předpoklady vazbové*

- vazby omezují jen posuvy a úhly natočení střednicové plochy,

c) *předpoklady zatěžovací*

- vnější síly působí na tenkostěnné těleso pouze v bodech jeho střednicové plochy,

d) *předpoklady deformační*

- střednicová plocha zůstává při deformaci tělesa spojitá a hladká,
- body  $Q$  ležící před deformací tělesa na normále  $n$  střednicové plochy  $\Gamma$  leží při deformaci tělesa na normále  $n^*$  zdeformované střednicové plochy  $\Gamma^*$ , tedy normálové řezy zůstávají rovinné,

e) *předpoklady napjatostní*

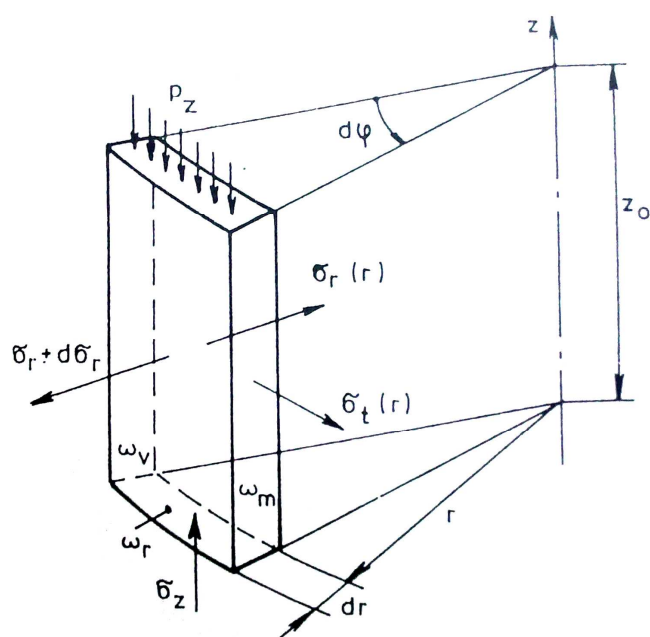
- napjatost v tenkostěnném tělese je určena normálními a smykovými napětími ve dvou vzájemně kolmých normálových řezech
- normální napětí  $\sigma_n$  ve střednicových řezech se nepovažují za podstatná a pokládají se rovna nule.

V uvedených předpokladech chybí předpoklad o tenkostěnnosti, přestože tepna je tenkostěnná skořepina. Důvodem je nemožnost zahrnutí zbytkových napětí do modelu tepny, pokud bych předpokládal konstantní napětí napříč tepnou, a jehož neplatnost v nezátížené tepně je klíčovým předpokladem pro modelování zbytkových napětí v tepně.



### 3.2 Uvolněný prvek:<sup>12</sup>

Aby bylo možné určit rozložení napětí ve válcové trubce, je nutno nejprve uvolnit elementární prvek rotačního tělesa a poté vyjádřit jeho rovnovážní stav.



Obr. 5. Uvolněný prvek válcového tělesa<sup>12</sup>

V radiálním směru má rovnice rovnováhy tvar:

$$\sum F_z = 0: (\sigma_r + d\sigma_r)(r + dr)d\varphi_{z_0} - \sigma_r \cdot r \cdot d\varphi \cdot z_0 - 2\sigma_t \cdot dr \cdot \sin \frac{d\varphi}{2} \cdot z_0 = 0 \quad (3.1)$$

při zanedbání malých veličin druhého řádu a vykrácením rovnice činitelem  $dr \cdot d\varphi \cdot z_0$ , dostaneme rovnici (3.2)

### 3.3 Systém rovnic pro výpočet napětí v tlustostěnné válcové trubce vychází z těchto vztahů:<sup>12</sup>

1. Rovnice rovnováhy:

$$\sigma_r - \sigma_t + r \frac{d\sigma_r}{dr} = 0 \quad , \quad \sigma_t = p_z \quad (3.2)$$

2. Geometrické rovnice:

$$\varepsilon_r = \frac{u}{r}, \varepsilon_t = \frac{du}{dr}, \varepsilon_z = \frac{dw}{dz} \quad (3.2)$$

3. Konstitutivní vztahy:

$$\sigma_r = \frac{E}{1+\mu} \left( \varepsilon_r + \frac{\mu}{1-2\mu} e \right), \quad (3.3)$$

$$\sigma_t = \frac{E}{1+\mu} \left( \varepsilon_t + \frac{\mu}{1-2\mu} e \right), \quad (3.4)$$

$$\sigma_z = \frac{E}{1+\mu} \left( \varepsilon_z + \frac{\mu}{1-2\mu} e \right) \quad (3.5)$$

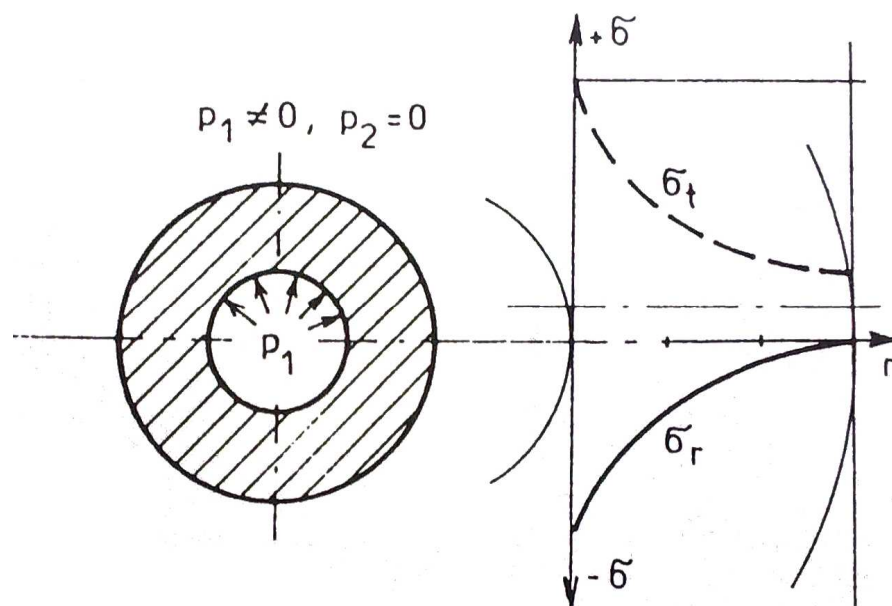
$$\text{kde } e = \varepsilon_r + \varepsilon_t + \varepsilon_z$$

Po dosazení a úpravách jsou rovnice rozložení napětí následující:

$$\sigma_r = \frac{EC_1}{(1+\mu)(1-2\mu)} - \frac{EC_2}{1+\mu} \frac{1}{r^2} + \frac{E\mu}{(1+\mu)(1-2\mu)} \varepsilon_z \quad (3.6)$$

$$\sigma_t = \frac{EC_1}{(1+\mu)(1-2\mu)} + \frac{EC_2}{1+\mu} \frac{1}{r^2} + \frac{E\mu}{(1+\mu)(1-2\mu)} \varepsilon_z \quad (3.7)$$

$$\sigma_z = \frac{EC_1}{(1+\mu)(1-2\mu)} 2\mu + \frac{(1-\mu)E}{(1+\mu)(1-2\mu)} \varepsilon_z \quad (3.8)$$



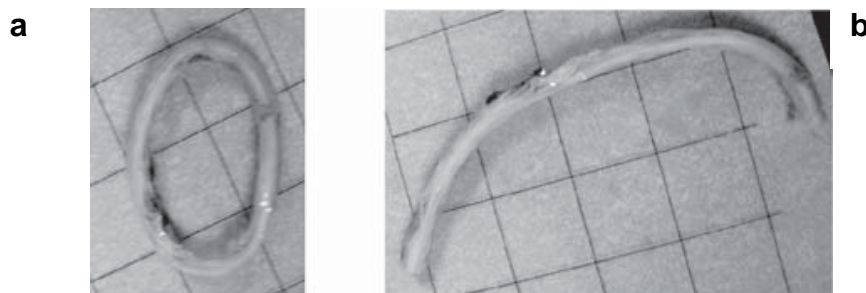
**Obr. 6. Rozložení radiálního napětí  $\sigma_r$  a osového napětí  $\sigma_t$  ve válcové trubce při zatížení vnitřním tlakem<sup>12</sup>**

Obr. 6 si lze představit jako příčný řez tepnou. Vnitřní tlak  $p_1$  znázorňuje tlak způsobený tokem krve. Stěna tepny je zatěžována nerovnoměrně, při systolickém vytlačování krve a diastolickém nasávání krve viz Tab.2. Rozložení radiálního a obvodového napětí je nekonstantní, u stěny tepny by to znamenalo, že by buňky na vnitřním povrchu byly více zatížené než na vnějším povrchu. Tento stav nemá opodstatnění a podle teorie konstantních přetvoření se její tělo snaží odstranit. Jediný možný způsob jak dosáhnout v trubce konst. obvodového napětí při zatížení vnitřním tlakem, je existence zbytkové napjatosti. Z Obr. 6 je zřejmé, že obvodové napětí bude při zatížení tlakem konstantní, pokud bude v nezatíženém stavu na vnitřním povrchu tlakové napětí a tahové na vnějším tak, aby při zatížení diastolickým tlakem došlo k vyrovnání napětí a výsledné napětí bylo konstantní rozložení napětí po stěně. Stěna tepny tedy není lokálně přetěžována. a materiál je tak využit optimálně.

V následující kapitole provádím rešerši článků, které se zabývají určováním nebo simulováním zbytkové napjatosti ve stěně tepny.

## 4. Rešerše článků obsahující informace o zbytkovém napětí

Důkaz existence *zbytkového napětí* se dělá tak, že se připravený vzorek tepny podélně rozřízne viz Obr. 7. Tepna se ihned začne rozevírat, což je důkaz existence zbytkového napětí, jelikož kdyby neexistovalo, tak by se vzorek tepny nerozevíral. Při modelování se stav při rozevřeném úhlu považuje za beznapětový, poté se simuluje uzavření a tak se získá výpočet zbytkového napětí.<sup>8,9,10</sup>

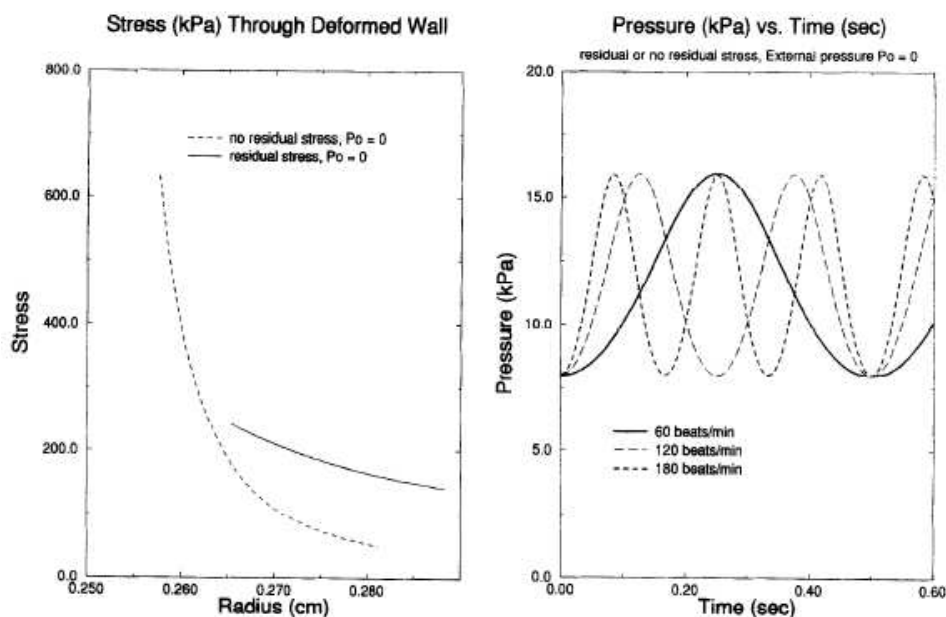


Obr. 7. Snímky vzorku tepny a) před axiálním řezem b) rozevření po axiálním řezu<sup>22</sup>

### 4.1 Chaudhry et al.

#### ***Residual stress in oscillating thoracic arteries reduce circumferential stresses and stress gradient***<sup>13</sup>

Cíl autorů článku byl zkoumat efekt zbytkového napětí a přetvoření při oscilujícím tlaku v tepnách na rozložení napětí v jejich stěně. V jejich analýzách zjistili, že efekt zbytkového napětí je pokles velkých obvodových napětí na vnitřní stěně o 62 % Obr. 8 levý a napětový gradient ve stěně tepny redukuje o 94 % ve srovnání s případem, kdy je zbytkové napětí nezahrnuto do výpočtu. Domnívají se, že tato skutečnost by mohla redukovat postup aterosklerózy. Použitá geometrie k výpočtu byla idealizovaná a byl použit ortotropní materiál. Ve výpočtu považovali externí tlaky hrudní tepny za nulové, tato skutečnost nemusí být pravdivá u jiných druhů tepen. Dále byl zidealizovaný průběh vnitřního tlaku na sinusový.

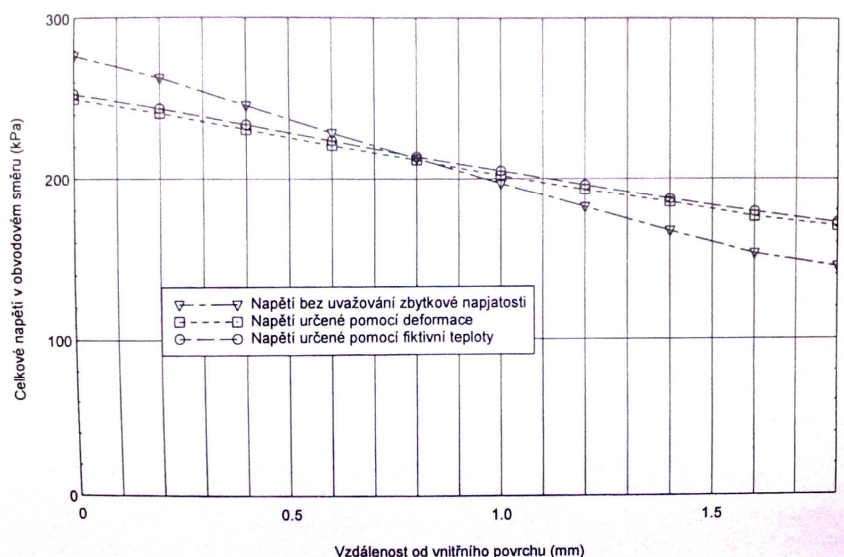


Obr. 8. Levý obrázek ukazuje rozložení obvodového napětí (čárkovaná bez zbytkového napětí a plná se zbytkovým napětím) v deformované stěně tepny díky dynamickému tlaku na vnitřní stěně bez vnějšího tlaku na konci diastoly. Pravý obrázek ukazuje závislost dynamického tlaku na vnitřní stěně tepny na čase bez vnějšího zatížení s různými frekvencemi. Dynamický tlak je stejný při zahrnutí zbytkového napětí i při nezahrnutí zbytkového napětí<sup>13</sup>

## 4.2 Burša

### Výpočtové modelování zbytkové napjatosti v tepnách pomocí fiktivní teploty<sup>14</sup>

V článku je navržen nový způsob výpočtového modelování zbytkového napětí ve stěně tepny pomocí fiktivních teplot. Zbytková napětí v tepně jsou vyvolána rozložením fiktivní teploty a to tak, že se předepíše *výchozí teplota*, *střední teplota*, *teplota vnitřního povrchu* a *teplota vnějšího povrchu* a to tak, že součet vnitřní a vnější teploty se musí rovnat předepsané střední teplotě. Poté je určen součinitel délkové roztažnosti materiálu identifikačním výpočtem tak, aby odpovídal různým experimentálně určeným hodnotám úhlu rozevření tepny po jejím podélném rozříznutí. V článku je uveden i předchozí způsob výpočtu pomocí úhlu rozevření tepny, který však neumožňuje uvažování zbytkové napjatosti ve tvarově komplikovanějších modelech cévy (odchylky od rotační symetrie, ohyby, bifurkace, apod.) a velmi výrazně komplikuje uvažování jakýchkoli dalších struktur nacházejících se vně tepny (okolní tkáň, cévní protéza). Výsledné rozložení celkového napětí ve stěně tepny se u obou metod téměř shoduje Obr. 9.

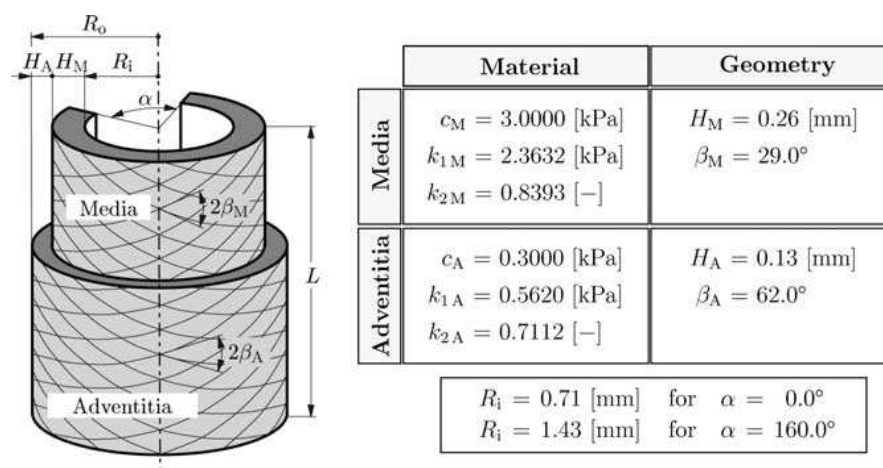


Obr. 9. Porovnání průběhů celkových napětí po tloušťce stěny tepny určených oběma způsoby s průběhem bez uvažování zbytkové napjatosti<sup>14</sup>

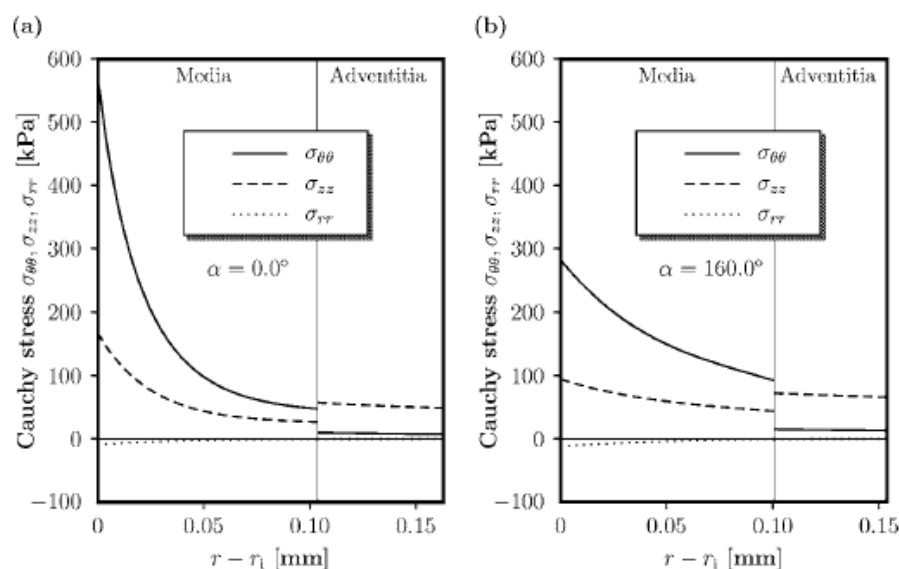
#### 4.3 Holzapfel et al.

##### ***A New Constitutive Framework for Arterial Wall mechanics and a Comparative Study of Material Models***<sup>10</sup>

V tomto článku autoři prezentují svoji vytvořenou soustavu ke zjištění mechanických vlastností stěny tepny. Model stěny tepny bez vrstvy *intimy* zahrnující zbytkové napětí je na Obr.10. Tento model byl použitý pro zjišťování vlivu zbytkového napětí na rozložení napětí v deformované stěně tepny ve fyziologickém stavu. Změna rozložení napětí při zahrnutí zbytkového napětí je na Obr. 10. Na obrázku je vidět, že zbytkové napětí se snaží o konstantní rozložení napětí. Dále jsou vidět relativně větší hodnoty obvodového napětí ve vrstvě medii ve srovnání s adventicií. K výpočtu byla geometrie idealizována a materiál byl použit anizotropní. Uvádí, že použitý, dvourozměrný, anizotropní model je omezený geometrií a zatížením, ale pomohl při pochopení mechanických vlastností stěny tepny.



Obr. 10. Model tepny s vrstvou medie a adventicie. Geometrická a materiálová data jsou získána z krkavice králíka<sup>10</sup>



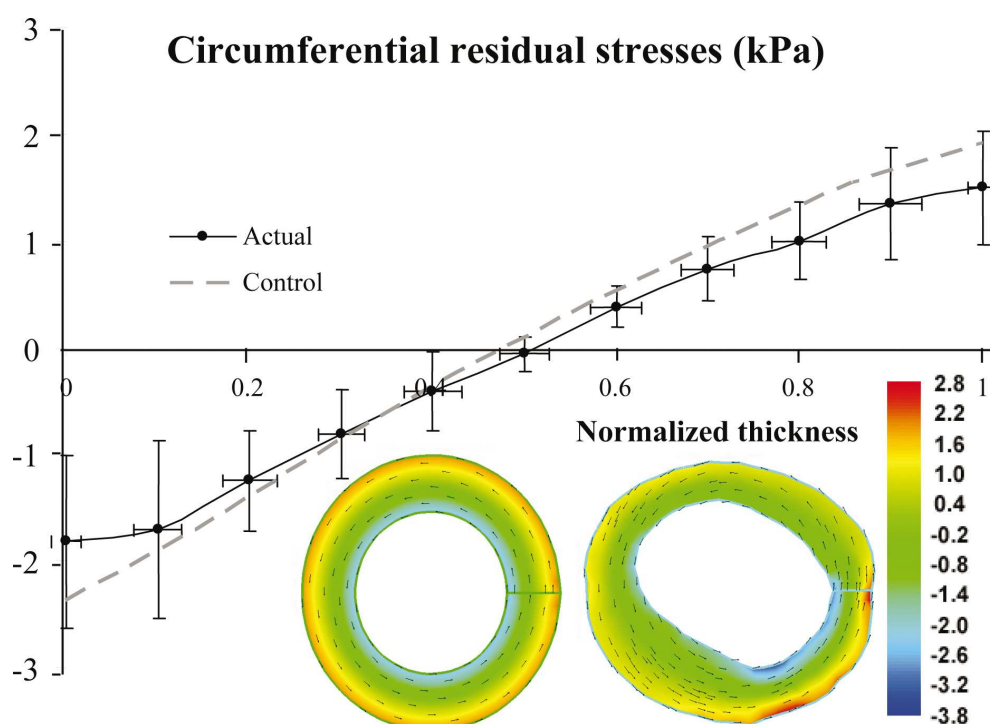
Obr. 11. Rozložení Cauchyho napětí v medii a adventicii za a) bez zahrnutí zbytkového napětí a za b) se zahrnutým zbytkovým napětím<sup>10</sup>

#### 4.4 Raghavan et al.

##### Three-Dimensional Finite Element Analysis of Residual Stress in Arteries<sup>15</sup>

V tomto článku uvedli trojrozměrný model tepny pro výpočet zbytkového napětí. Uvedli i možnost analytického postupu k výpočtu zbytkového napětí, jelikož při analytickém postupu lze lépe pochopit kritickou funkci zbytkového napětí ve stěně tepny, ale zároveň má analytický postup dvě podstatné chyby, kterým lze zabránit použitím trojrozměrné válcové geometrie. První chyba je, že se zbytkové napětí počítá uprostřed nekonečně dlouhé trubky, avšak části používané k měření rozevření úhlu mají konečnou délku. Druhá chyba je v předpokladu kruhového uspořádání tepny, ale

experimenty ukazují, že uspořádání není zcela kruhové. Použitím trojrozměrného modelu lze tedy těmto chybám předejít použitím správné geometrie a použitím různých délek segmentu, které ovlivní výpočet zbytkového napětí. Pomocí výpočtů zjistili, že aby byla délka segmentu dostatečná, musí být desetkrát větší než tloušťka stěny a zároveň přišli na to, že předpoklad kruhovitosti může být přijatelnou aproximací pro typické tepny. Rozdíl rozložení napětí u kruhového a nekruhového modelu je vidět na Obr. 12. K výpočtu použili idealizovanou geometrii a izotropní, nestlačitelný, hyperelastický materiál. Jsou prakticky omezeni se segmenty, které jsou příliš dlouhé a dále jsou omezeni použitím izotropního materiálu.



Obr. 12. Rozložení obvodového zbytkového napětí v normalizované tloušťce stěny tepny ‚Actual‘ (nekruhový) a ‚Control‘ (kruhový) segmentu ( $L=20t$ )<sup>15</sup>

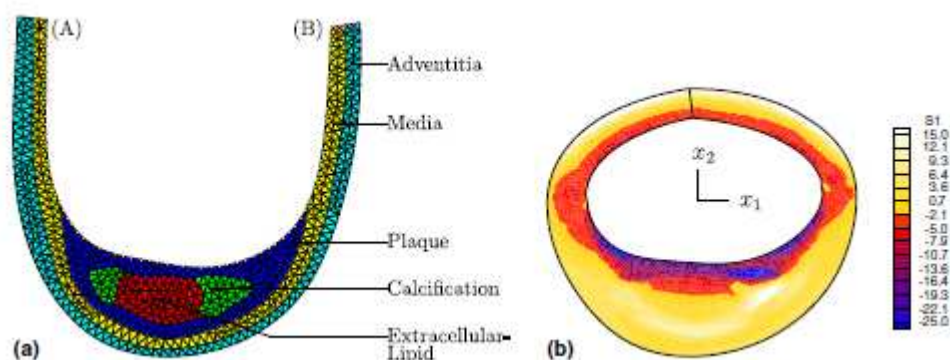
#### 4.5 Balzani et al.

##### *Numerical simulation of residual stresses in arterial walls*<sup>16</sup>

Článek popisuje numerický výpočet zbytkového napětí ve stěně tepny. Autoři nejprve namodelovali otevřenou tepnu dle (obr. 13a) a poté předepsali posun uzlových bodů tak, aby se tepna uzavřela (obr. 13b). Při uzavření tepny se vytvořilo zbytkové napětí. Rozložení napětí ve stěně je na (Obr. 13b). Použitý materiál k výpočtu byl vytvořený superpozicí dvou příčně izotropických materiálů, použitá geometrie byla idealizovaná. Autoři uvádí, že simulaci nelze považovat za reálnou, jelikož jsou omezeni zvolením



složek plaku, které volili dle experimentálních dat a dále uvádí, že síť použitá při výpočtu nepředstavuje skutečný průřez aorty.

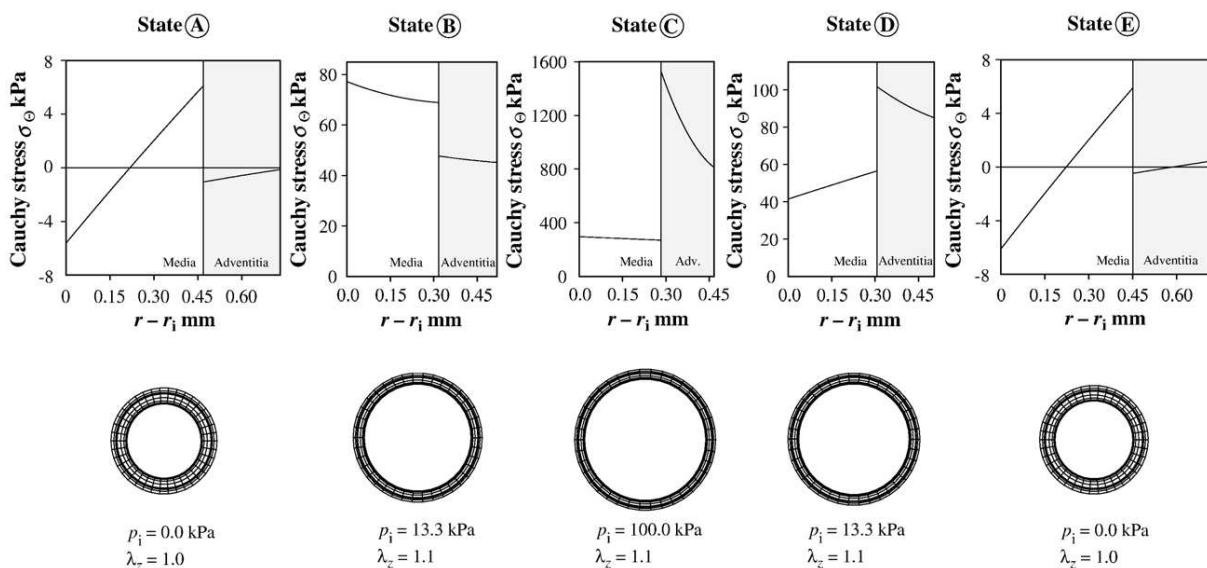


Obr. 12. a) Model otevřené tepny b) rozložení zbytkového napětí po uzavření tepny<sup>16</sup>

#### 4.6 Holzapfel et al.

##### **Computational stress-deformation analysis of arterial walls including high-pressure response<sup>17</sup>**

V článku analyzují rozložení obvodového napětí na dvouvrstvě (vrstva medie a adventicie) modelu stěny *koronární tepny* při nezatíženém stavu, při fyziologickém zatížení 13,3 kPa a při vysokém tlaku 100 kPa (takto vysoký tlak odpovídá terapeutickému zatížení např. při balónkové angioplastice k odstranění aterosklerotického plaku. Tento plak vzniká při postupu aterosklerózy, když se tuky a cholesterol ukládají mimo svalové buňky a ve stěně tepny se hromadí vápenaté soli.). Jak lze vidět na Obr. 14, při menším vnitřním zatížení je medie mechanicky významná vrstva, ale při velkém zatížení (100 kPa) se adventicie stane převládajícím nosičem zatížení. Při odtížení na fyziologický stav se významně změní rozložení napětí, gradient napětí na medii dokonce změnil směr. Při kompletním odtížení se zvětší *lumen*, materiál změkne a energie se rozptýlí. V nezatížených stavech odpovídá hodnota obvodového napětí *zbytkovému obvodovému napětí*. Nakonec autoři uvádí, že tato metoda může být užitečná ke zlepšení intervenčních protokolů k redukci dilatačních traumat a tím nepříznivých biologických reakcí ve stěně tepny, následujících po balónkové angioplastice (chirurgická metoda, pomocí které se balónkovým katetrem odstraní aterosklerotický plak, tím že se nafoukne a plak se rozbije). K výpočtu byla použita idealizovaná geometrie a anizotropní, hyperelastický materiál. Omezení použití hyperelastického materiálu jsou v tom, že nezahrnuje poškození vyvolané nafouknutím tepny a jevy související s jejím změkčováním.

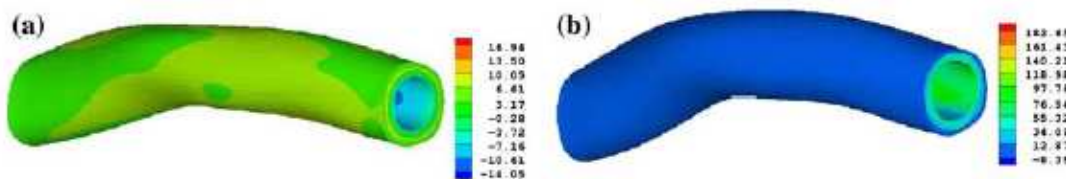


Obr. 13. Rozložení obvodového napětí při 5 stavech. Nejdříve přidáním fyziologického zatížení 13,3 kPa, poté suprafyziologickým 100 kPa a následným odtížením zpět na nulový tlak.<sup>17</sup>

#### 4.7 Alastrue et al.

##### *Assessing of Use of the "Opening angle method" to enforce Residual Stresses in Patient-Specific Arteries*<sup>18</sup>

V tomto článku prezentují výpočet pole zbytkového napětí pomocí různých parametrů (osové natažení, úhel rozevření a vnitřní poloměr otevřené a uzavřené konfigurace). Výhodu oproti metodě, kdy se k výpočtu zbytkového napětí použije nejprve otevřená konfigurace a poté se předepíše posun uzlových bodů tak, aby vytvořila uzavřenou konfiguraci, autoři uvádí v tom, že lze využít 'patient-specific' geometrie získané ze snímků z CT (Počítačová tomografie) a MRI (Magnetická rezonance). Získané rozložení zbytkového napětí v tepně je vidět na Obr. 15b. Materiál k výpočtu modelu byl použit anizotropní hyperelastický a geometrie byla použita patient-specific. Omezení tohoto přístupu jsou v uvažování vnitřního tlaku za konstantní a dále ve stanovení kinematického tenzoru, který použili dle ostatních autorů, avšak ve skutečnosti by autoři museli znát přesné rozložení zbytkového napětí ve stěně každého pacienta aby kinematický tenzor mohli určit.

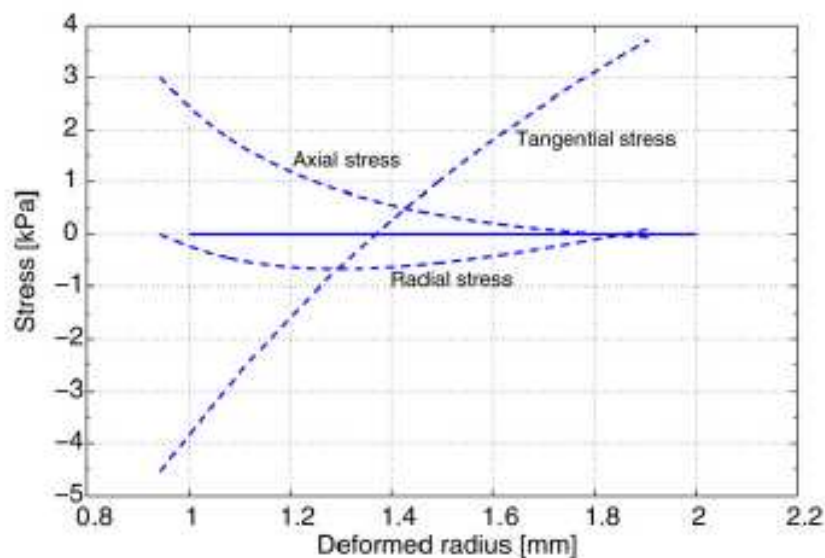


Obr. 14. Obvodové napětí v tepně a) zbytkové napětí b) vnitřní tlak<sup>18</sup>

#### 4.8 Olsson et al.

##### *Residual stresses in soft tissue as a consequence of growth and remodeling: application to an arterial geometry*<sup>19</sup>

V tomto článku autoři prezentují jimi vytvořený termodynamicky konzistentní model pro 'růst a remodelaci' v elastických tepnách. Během tohoto procesu se vyvíjelo zbytkové napětí. Výsledné zbytkové napětí získané při tomto procesu, bylo poté porovnané se zbytkovým napětím získaným při osovém řezu tepny. Pomocí numerického výpočtu získali autoři výsledné rozložení napětí ve stěně tepny viz Obr. 16. Použitá geometrie byla idealizovaná a materiál byl vytvořen sumací izotropní a anizotropní části. Tato metoda je omezená v modelování biochemické interakce, která je pouze ve formě termodynamických nebo konfiguračních sil v energetické dualitě s rychlostí 'růstu a remodelace'. Dále nelze zahrnout chemické reakce mezi látkami.

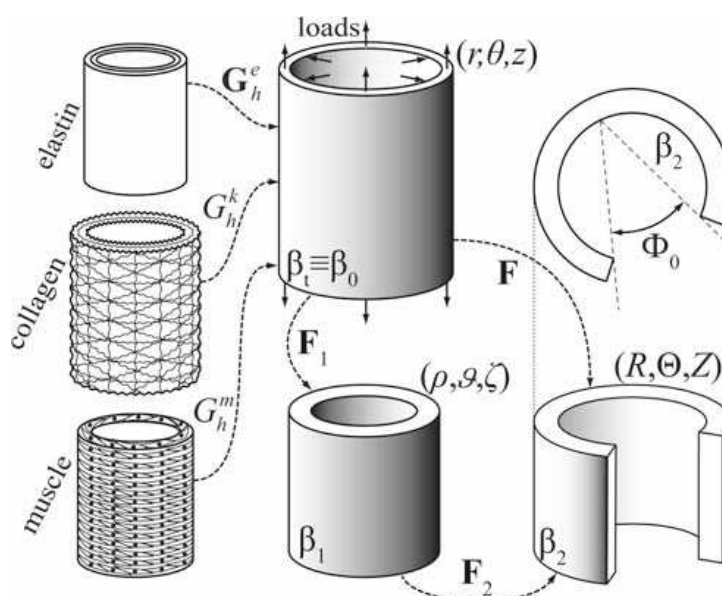


Obr. 15. Rozložení zbytkového napětí po dokončení procesu 'růstu a remodelace'<sup>19</sup>

#### 4.9 J. D. Humphrey et al.

##### **Origin of axial prestretch and residual stress in arteries<sup>20</sup>**

Tento článek se především zabývá vlivem elastinu na předpětí a zbytkové napětí. Zjistili, že z fyziologického hlediska má předpětí elastinu významný vliv na ‘sevrknutí’ tepny po transekcii a na rozevření úhlu po radiálním řezu. Dále zjistili, že doplňkové role mají kolagen a buňky hladké svaloviny. Proto použili model ‘omezené směsi’ viz Obr. 17, která zahrnuje k výpočtu zbytkového napětí a předpětí všechny tři komponenty stěny (elastin, kolagen a buňky hladké svaloviny). Největší výhodou tohoto modelu je, že lze vytvořit zbytkové napětí v ‘patient-specific’ výpočtových modelech, aniž by bylo nutné definovat klinicky nezískatelné, časově a prostorově se měnící otevřené konfigurace. Uvádí, že osové přepětí a zbytkové napětí přispívá k homeostatickým stavům napjatosti a k přizpůsobení ke změnám zatížení, nemocem a zraněním. Použili idealizovanou geometrii a nehomogenní a anizotropní. Omezení jsou v použité metodě modelování, které jsem popsal v čln. 4.7.



Obr. 16 Model ‘omezené směsi’ k výpočtu zbytkového napětí<sup>20</sup>

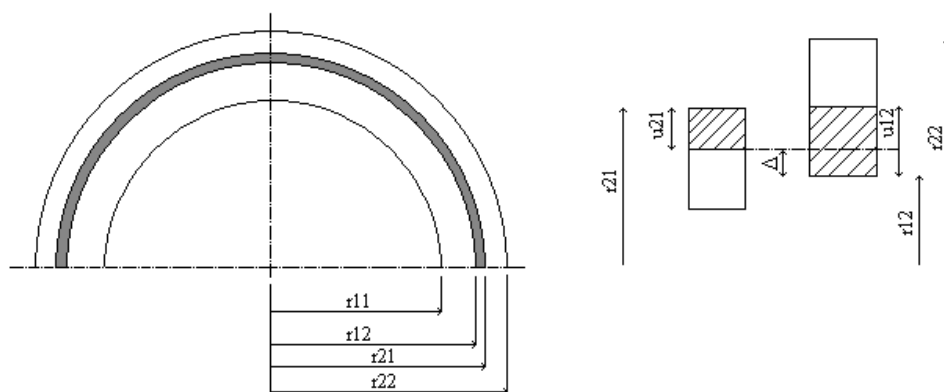
Na základě prostudovaných článků bude nyní proveden výpočet bytkové napjatosti v idealizovaném modelu tepny.

## 5. Výpočet rozložení napětí ve dvou nalisovaných válcových trubkách

V této části bude proveden výpočet zbytkového obvodového napětí v tepně, tak jak jsem jej mohl provést s využitím znalostí z bakalářského studijního programu.

### 5.1. Formulace problému

Pro idealizovaný model stěny tepny určete vhodnou velikost přesahu tak, aby po zatížení vnitřním tlakem 13kPa bylo dosaženo co nejrovnoměrnějšího rozložení obvodového napětí po tloušťce tepny.



Obr. 18. Dvě válcové tělesa s přesahem

### 5.2 Deformační podmínka:

$$\Delta = |u_{12} - u_{21}| = r_{21} - r_{12} \quad (5.1)$$

### 5.3 Známé parametry:

$$E = 600 \text{ kPa}$$

$$p = 13 \text{ kPa}$$

$$r_{11} = 8 \text{ mm}$$

$$r_{12} = 8,7 \text{ mm}$$

$$r_{22} = 9,5 \text{ mm}$$

$$\mu = 0,5$$

## 5.4 Použité vzorce pro výpočet napětí:<sup>12</sup>

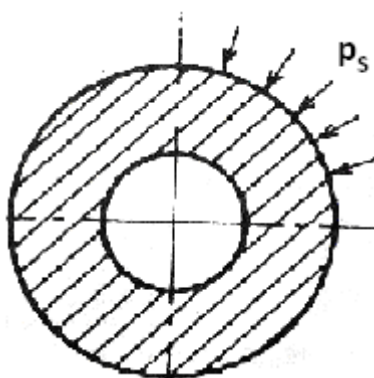
Rovnice (4.1) a (4.2) jsou totožné s rovnicemi (3.5) a (3.6), jsou v nich pouze zavedeny konstanty  $A$  a  $B$

$$\sigma_r = A - \frac{B}{r^2} + \lambda \varepsilon_z \quad (5.2)$$

$$\sigma_t = A + \frac{B}{r^2} + \lambda \varepsilon_z \quad (5.3)$$

$$u = \frac{(1+\mu)(1-2\mu)}{E} A \cdot r + \frac{1+\mu}{E} \frac{B}{r} \quad (5.4)$$

## 5.5 Odvození $u_{21}$ :



Okrajové podmínky:

$$r = r_{11} \quad \sigma_r = 0$$

$$r = r_{21} \quad \sigma_r = -p_s$$

$$\varepsilon_z = \frac{\Delta l}{l} = 0$$

Obr. 19 Vnitřní trubka

Dosažení O.P. do rovnice (4.1)

$$0 = A - \frac{B}{r_{11}^2} + 0 \quad \Rightarrow \quad A = \frac{B}{r_{11}^2}$$

$$-p_s = A - \frac{B}{r_{21}^2} + 0$$

$$-p_s = \frac{B}{r_{11}^2} - \frac{B}{r_{21}^2} \Rightarrow p_s = \frac{B}{r_{21}^2} - \frac{B}{r_{11}^2} = \frac{B(r_{11}^2 - r_{21}^2)}{r_{21}^2 r_{11}^2}$$

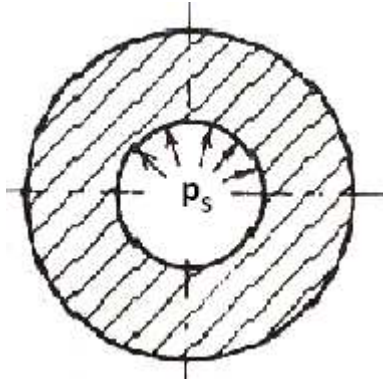
$$B = p_s \frac{r_{11}^2 r_{21}^2}{r_{11}^2 - r_{21}^2}$$

$$A = p_s \frac{r_{21}^2}{r_{11}^2 - r_{21}^2}$$

Vztah pro deformaci  $u_{12}$  dle vztahu (4.3):

$$u_{12} = \frac{(1+\mu)(1-2\mu)}{E} \frac{p_s r_{21}^2}{r_{11}^2 - r_{21}^2} r_{12} + \frac{1+\mu}{E} \frac{p_s r_{11}^2 r_{21}^2}{r_{11}^2 - r_{21}^2} \frac{1}{r_{12}} \quad (5.5)$$

### 5.6 Odvození $u_{21}$ :



Okrajové podmínky:

$$\begin{aligned} r = r_{11} & \quad \sigma_r = -p_s \\ r = r_{21} & \quad \sigma_r = 0 \end{aligned}$$

$$\varepsilon_z = \frac{\Delta l}{l} = 0$$

Obr. 20 Vnější trubka

Dosažení O.P. do rovnice (4.1)

$$-p_s = A - \frac{B}{r_{12}^2} + 0$$

$$0 = A - \frac{B}{r_{22}^2} + 0 \quad \Rightarrow \quad A = \frac{B}{r_{22}^2}$$

$$-p_s = \frac{B}{r_{22}^2} - \frac{B}{r_{12}^2} \Rightarrow p_s = \frac{B}{r_{12}^2} - \frac{B}{r_{22}^2} = \frac{B(r_{22}^2 - r_{12}^2)}{r_{12}^2 r_{22}^2}$$

$$B = p_s \frac{r_{12}^2 r_{22}^2}{r_{22}^2 - r_{12}^2}$$

$$A = p_s \frac{r_{12}^2}{r_{22}^2 - r_{12}^2}$$

Vztah pro deformaci  $u_{21}$  dle vztahu (4.3):

$$u_{21} = \frac{(1+\mu)(1-2\mu)}{E} \frac{p_s r_{12}^2}{r_{22}^2 - r_{12}^2} r_{21} + \frac{1+\mu}{E} \frac{p_s r_{12}^2 r_{22}^2}{r_{22}^2 - r_{12}^2} \frac{1}{r_{21}} \quad (5.6)$$

Ze vztahů pro deformaci jsem si pomocí programu Maple 13 vypočítal hodnotu stykového tlaku  $p_s$ , který jsem použil pro výpočet průběhu napětí.

### 5.7 Vzorce pro výpočet obvodového a radiálního napětí u 1. a 2. válcové trubky

$$\sigma_{r1} = p_s \frac{r_{21}^2}{(r_{11}^2 - r_{21}^2)} - \frac{r_{11}^2 r_{21}^2}{(r_{11}^2 - r_{21}^2)} \frac{1}{r_1} \quad (5.7)$$

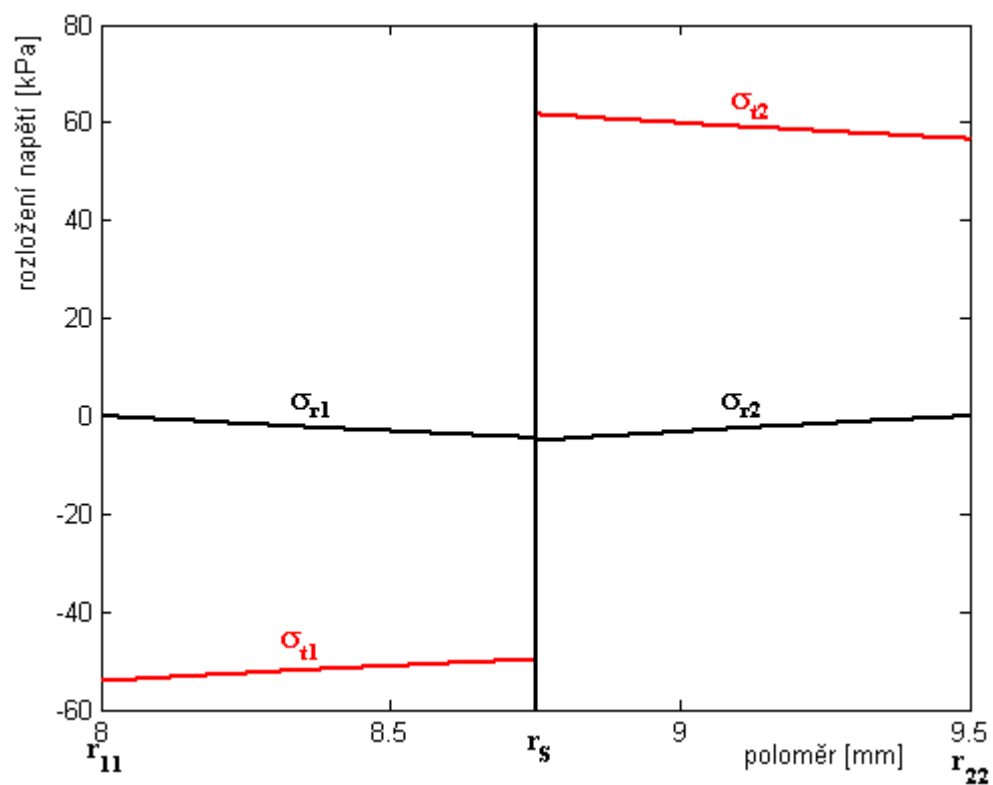
$$\sigma_{t1} = p_s \frac{r_{21}^2}{(r_{11}^2 - r_{21}^2)} + \frac{r_{11}^2 r_{21}^2}{(r_{11}^2 - r_{21}^2)} \frac{1}{r_1} \quad (5.8)$$

$$\sigma_{r2} = p_s \frac{r_{12}^2}{(r_{22}^2 - r_{12}^2)} - \frac{r_{11}^2 r_{21}^2}{(r_{22}^2 - r_{12}^2)} \frac{1}{r_2} \quad (5.9)$$

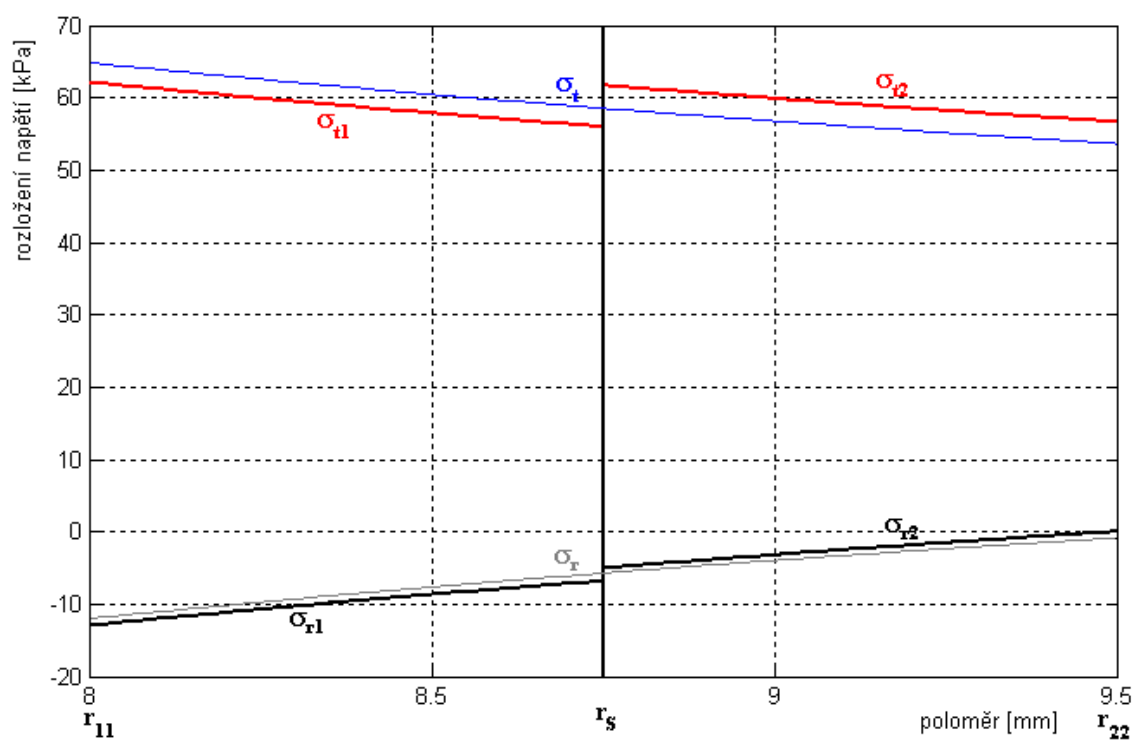
$$\sigma_{t2} = p_s \frac{r_{12}^2}{(r_{22}^2 - r_{12}^2)} + \frac{r_{11}^2 r_{21}^2}{(r_{22}^2 - r_{12}^2)} \frac{1}{r_2} \quad (5.10)$$

Pomocí programu Matlab 2008a jsem získal tyto průběhy napětí:





Obr. 21. Rozložení napětí bez vnitřního zatížení



Obr. 22. Porovnání rozložení napětí s vnitřním zatížením tlakem 13 kPa. Rozložení bez přesahu (modrá a šedá barva). Rozložení s přesahem (černá a červená barva).

## 5.8 Diskuse

Měl jsem za úkol určit velikost přesahu tak, abych dosáhl co nejrovnoměrnějšího rozložení obvodového napětí. Přesahu jsem dosáhl pomocí vnějšího průměru u první trubky a vnitřního průměru u druhé trubky. Postupoval jsem iteračně tak, že jsem nejprve zvolil přesah 0,2 mm a zkontroloval výsledek, následně jsem ho zvětšoval, dokud pro mne výsledek nebyl dostačující. Průběhu na Obr.22 jsem dosáhl při zvoleném přesahu 0,25 mm, při vnitřním průměru  $r_{12} = 8,7$  mm a vnějším průměru  $r_{12} = 8,95$  mm.

Přetvoření se změnilo následovně:

- bez zatížení  $\varepsilon_{tz1} = -0,0812$  a

- se zatížením  $\varepsilon_{tz2} = 0,0479$

Jak je z Obr 22 vidět, zahrnutím zbytkových napětí jsem dosáhl snížení maximálního obvodového napětí ve stěně ze 65,8 kPa na 62,1 kPa a tím dosáhl výrazného zrovnoměnění průběhu napětí po tloušťce. Pro výpočet jsem použil izotropní, homogenní materiál s zidealizovanou geometrií.

### Omezení výpočtového modelu

Omezení tohoto výpočtu jsou v použití lineárního materiálu, který se oproti reálnému materiálu s přibývajícím deformací nevyztužuje zapojením kolagenových vláken, která zabraňují dalším deformacím. Dále byl porušen předpoklad malých přetvoření do 1%. Při rozdělení tepny na více trubek nalisovaných na sebe bych dostal ještě konstantnější napětí. Tím bych se přiblížil reálné struktuře stěny tepny, kde např. media je tvořena z několika desítek lamin, ve kterých se třídají elastin, kolagen a hladká svalovina viz obr. 3.

## **Závěr**

Tepny jsou jako cévy, které dodávají okysličenou krev orgánům a svalům, neustále zatěžovány tlakem krve stále se měnícím při diastole a systole srdce. Stěna tepny je složena ze tří hlavních vrstev intimy, medie a adventicie, z nichž je z pohledu mechaniky nejdůležitější medie, které je hlavním nositelem napětí při fyziologických stavech. Dobrý stav tepen je tedy nezbytně nutný k dobrému fungování všech orgánů a svalů v tělech živočichů. U tepen však existují onemocnění jako jsou například aneurysma nebo ateroskleróza. Aby bylo možné těmto onemocněním předcházet, je nutné zkoumat složení a vlastnosti tepen. Na základě těchto zkoumání bylo zjištěno, že se ve stěnách tepen vyskytuje zbytková napjatost, kterou je možné zahrnout výpočtově několika způsoby (fiktivními teplotami, přesahem, zavíráním otevřené tepny,...) a vždy se projeví zrovnoměněním napětí a poklesem špiček napětí na vnitřním povrchu tepny.

8,9,10

## Zdroje:

- 1) <http://www.doping-prevention.de/cs/human-body/cardiovascular-system/cardiovascular-system.html>
- 2) [http://www.eamos.cz/amos/kbf/modules/low/kurz\\_text.php?id\\_kap=1&kod\\_kurzu=kbf\\_1526](http://www.eamos.cz/amos/kbf/modules/low/kurz_text.php?id_kap=1&kod_kurzu=kbf_1526)
- 3) W.W. Nichols, M.F. O'Rourke, McDonald's blood flow in arteries, © Nichols & O'Rourke
- 4) E. Ondráček, J. Vrbka, P. Janíček, J. Burša, Mechanika těles: Pružnost pevnost II, Akademické nakladatelství CERM<sup>®</sup>, s.r.o. Brno, 2006
- 5) <http://cienciasts.blogspot.com/2010/09/sistema-cardiovascular.html>
- 6) R. Čihák, Soustavná anatomie člověka Díl II., Avicentrum, zdravotnické nakladatelství, n. p., Praha 1
- 7) <http://www.pages.drexel.edu/~cas95/Tissue%20Structure%20and%20Properties.html>
- 8) Y.C.Fung, Biomechanics: Mechanical Properties of Living Tissues, *Springer-Verlag New York Inc.*, 1993
- 9) P.Fratzl (ed.), Collagen: Structure and mechanics, © *Springer Science+Business Media, LLC* 2008
- 10) G.A. Holzapfel, R.W. Ogden, A New Constitutive Framework for Arterial Wall Mechanics and a Comparative Study of Material Models, *J. of elasticity*, 61: 1–48, 2000. © 2001 *Kluwer Academic Publishers*.
- 11) J.H.N. Lindemana, B.A. Ashcroft, Distinct defects in collagen microarchitecture underlie vessel-wall failure in advanced abdominal aneurysms and aneurysms in Marfan syndrome, *Anthony Cerami, Kenneth S. Warren Laboratories, Ossining, NY*, 2009
- 12) M.K. O'Connell, S. Murthy, S. Phan, C. Xu, J. Buchanan, R. Spilker, R.L. Dalman, C.K. Zarins, W. Denk, C.A. Taylor, The three-dimensional micro- and nanostructure of the aortic medial lamellar unit measured using 3D confocal and electron microscopy imaging, *Matrix Biology* 27 (2008) 171–181
- 13) H.R. Chaudhry, B. Buckiet, A. Davis, A.B. Ritter a T. Findley, Residual stress in oscillating thoracic arteries reduce circumferential stresses and stress gradient, *J. Biomechanics*, Vol. 30, No. 1, pp. 57–62, 1997
- 14) J. Burša, Výpočtové modelování zbytkové napjatosti v tepnách pomocí fiktivní teploty, Národní konference s mezinárodní účastí Inženýrská Mechanika '99, stránky 487 – 492, 17 – 20 Květen 1999
- 15) M.L. Raghavan, S. Trivedi, A. Nagaraj, D.D. McPherson, a K.B. Chandran, Three-Dimensional Finite Element Analysis of Residual Stress in Arteries, *Annals of Biomedical Engineering*, Vol. 32, No. 2, pp. 257–263, February 2004
- 16) D. Balzani, J. Schroder, D. Gross, Numerical simulation of residual stresses in arterial walls, *Computational Materials Science* 39, 117–123, 2007
- 17) G.A. Holzapfel, T.C. Gasser, Computational stress-deformation analysis of arterial walls including high-pressure response, *International Journal of Cardiology* 116, 78–85, 2007
- 18) V. Alastrue, E.A. Peña, M.A. Martinez, and M. Doblaré, Assessing of Use of the "Opening angle method" to enforce Residual Stresses in Patient-Specific

Arteries, *Annals of Biomedical Engineering*, Vol. 35, No. 10, pp. 1821–1837, October 2007

- 19) T. Olsson, A. Klarbring, Residual stresses in soft tissue as a consequence of growth and remodeling: application to an arterial geometry, *European Journal of Mechanics A/Solids* 27, 959–974, 2008
- 20) L. Cardamone, A. Valentín, J. F. Eberth, J. D. Humphrey, Origin of axial prestretch and residual stress in arteries, *Biomech Model Mechanobiol*, 8:431–446, 2009
- 21) M.R.Labrosse, C.J.Beller, T.Mesana, J.P.Veinot, Mechanical behavior of human aortas: Experiments, material constants and 3-D finite element modeling including residual stress, *Journal of Biomechanics* 42, 996–1004, 2009